

НОД и НОК

Определение 1 Простые числа - это натуральные числа больше единицы, которые делятся без остатка только на себя и на единицу.

Основная Теорема Арифметики Каждое натуральное число можно представить в виде произведения нескольких простых множителей, причем такое представление единственно.

Определение 2 Наибольший общий делитель чисел a и b — это самое большое число, на которое одновременно делятся a и b . Оно обозначается $\text{НОД}(a, b)$.

Определение 3 Наименьшее общее кратное чисел a и b — это наименьшее число, которое одновременно делится на a и на b . Оно обозначается $\text{НОК}(a, b)$.

1) Найдите НОД чисел:

а) 72 и 108;

б) 168 и 180;

в) 270, 450 и 555;

2) Найдите НОК чисел:

а) 36 и 48;

б) 252 и 3650;

в) 72, 120 и 264;

3) Робинзон Крузо каждый второй день пополняет запасы питьевой воды из источника, каждый третий день собирает фрукты и каждый пятый день ходит на охоту. Первого января у Робинзона наступил тяжёлый день: он должен сделать все эти три дела. Какого числа у Робинзона наступит следующий тяжёлый день?

4) Найдите наименьшее натуральное N такое, что $N + 2$ делится (без остатка) на 2, $N + 3$ — на 3, $\dots$, $N + 10$ — на 10.

5) Двадцать шесть школьников — шестиклассников и семиклассников — обменялись рукопожатиями. При этом оказалось, что каждый шестиклассник пожал руку семи семиклассникам, а каждый семиклассник пожал руку шести шестиклассникам. Сколько было шестиклассников и сколько семиклассников?

Три очень важных свойства НОД и НОК

1) Докажите, что $\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(a, a - b)$ для любых целых a и b .

2) Докажите, что $\text{НОД}(a, b) \cdot \text{НОК}(a, b) = a \cdot b$

3) Для любых натуральных a, x, y докажите, что $\text{НОК}(a \cdot x, a \cdot y) = a \cdot \text{НОК}(x, y)$.

Домашка

- 1) Какая из дробей больше: $\frac{2024}{2025}$ или $\frac{2025}{2026}$? На сколько?
- 2) Какое наибольшее значение может быть у наибольшего общего делителя чисел $11n + 5$ и $19n + 2$, если n — натуральное число?
- 3) Преподаватели в Prime Math, как и вы, делят сутки на несколько часов, час на несколько минут, а минуту на несколько секунд. Но у них в сутках 77 минут, а в часе 91 секунда. Сколько секунд в сутках у преподавателей?
- 4) Длина шага Мирона равна 75 см, Гоши — 60 см, а Егора — 1 м 5 см. Гуляя, все трое сделали целое число шагов. Какое наименьшее расстояние они могли пройти?
- 5) Отец и сын несут одинаковые банки консервов. Масса каждой банки выражается целым числом граммов, не меньшим чем 300, но не большим чем 400. Отец несёт 6 кг 500 г, а сын — 2 кг 600 г. Сколько банок у отца и сколько у сына?
- 6) Найдите все такие пары натуральных чисел a и b , что $\text{НОК}(a, b) = \text{НОД}(a, b) + 19$